

2024 秋季初一数学每日一题打卡 016

定义： a 是不为 1 的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数，如：2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$ ， -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$ ．已知 $a_1 = \frac{1}{3}$ ， a_2 是 $a_1 = 2$ 的差倒数， a_3 是 a_2 的差倒数， a_4 是 a_3 的差倒数， \cdots ，依此类推，计算： $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{2023} =$ _____．

试题解析

定义： a 是不为 1 的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数，如：2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$ ， -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$ 。已知 $a_1 = \frac{1}{3}$ ， a_2 是 $a_1 = 2$ 的差倒数， a_3 是 a_2 的差倒数， a_4 是 a_3 的差倒数， \dots ，依此类推，计算： $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2023} = \underline{\quad -112 \quad}$ 。

【解答】解：由题意可得，

$$a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{1}{1-\frac{3}{2}} = -2, a_4 = \frac{1}{1-(-2)} = \frac{1}{3},$$

\dots ,

由上可得，这列数依次以 $\frac{1}{3}, \frac{3}{2}, -2$ 循环出现，

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + (-2) = -\frac{1}{6},$$

$$\because 2023 \div 3 = 674 \cdots 1,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2023} = \left(-\frac{1}{6}\right) \times 674 + \frac{1}{3} = -112,$$

故答案为： -112 。